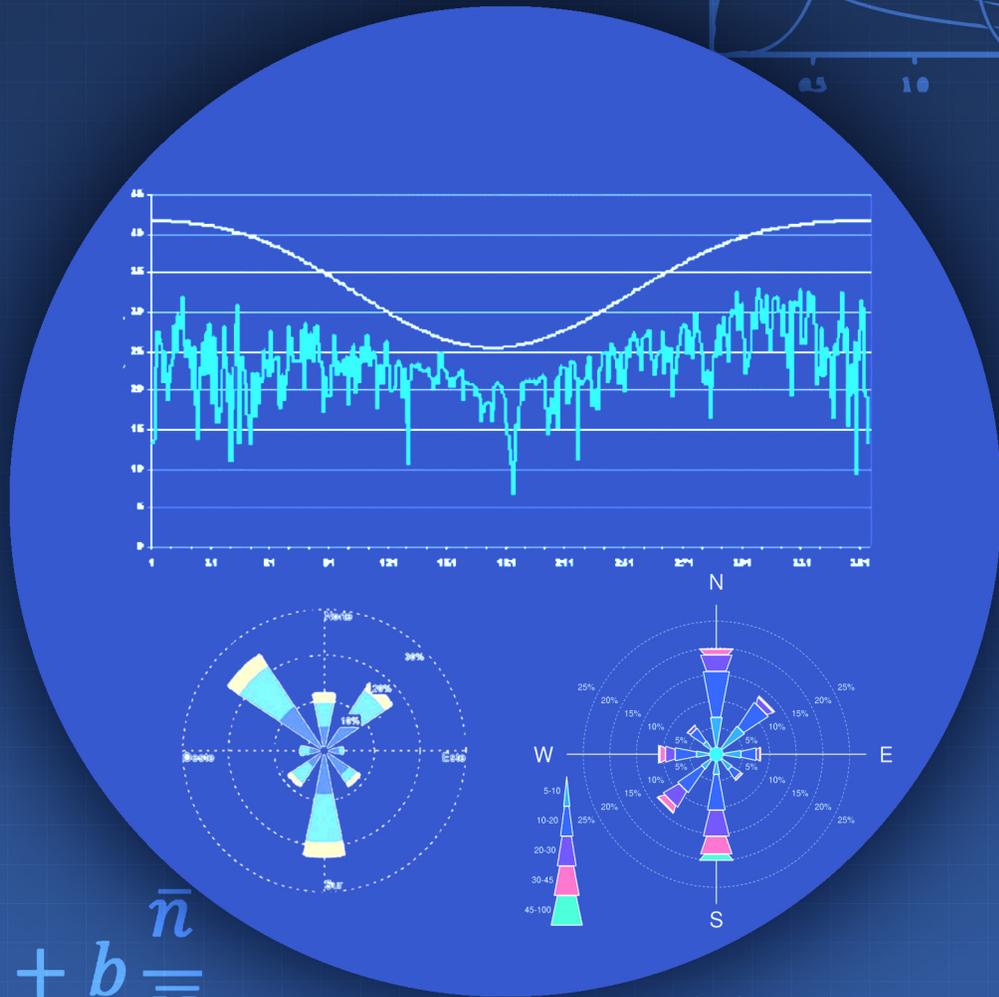
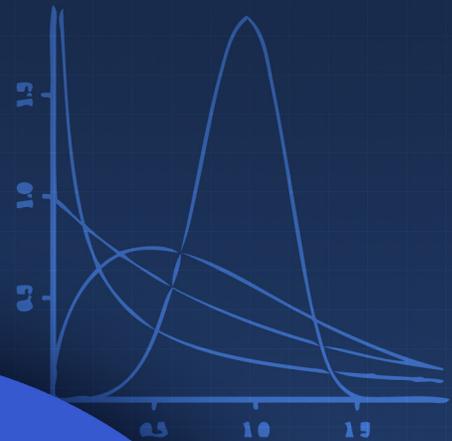


# MODELACIÓN CON VARIABLES CLIMÁTICAS



$$\frac{\bar{H}}{\bar{H}_0} = a + b \frac{\bar{n}}{\bar{N}}$$

$$\frac{\langle P_d \rangle}{A} = \frac{1}{2} \rho \langle v^3 \rangle$$

$$H_0 = \frac{24}{\pi} I_{sc} E_0 \left[ \left( \frac{\pi}{180} \right) \omega_s (\sin \delta \sin \phi) + (\cos \delta \cos \phi \cos \omega_s) \right]$$

$$\langle v^3 \rangle = \int_0^{\infty} v^3 p(v) dv = c^3 \Gamma \left( 1 + \frac{3}{k} \right)$$



# APLICACIÓN DEL MODELO DE ARMSTRONG-PRESCOTT PARA LA ESTIMACIÓN DE LA RADIACIÓN SOLAR MEDIA A NIVEL SUPERFICIE EN LA CIUDAD DE GUATEMALA, DE 1995 A 2019

*Application of Armstrong-Prescott's model for the estimation of average solar radiation at surface level in Guatemala city, from 1995 to 2019*

**Edwin Adalberto Bracamonte Orozco**

Mtro. en Investigación de Operaciones  
edwinbracamonte@yahoo.com

**Mayra Virginia Castillo Montes**

Doctora en Educación  
mayracastillom@yahoo.com

Recibido: 23 de noviembre de 2020. | Revisado: 16 de abril de 2021. | Aceptado: 18 de junio de 2021.

## RESUMEN

El estudio que se presenta se basa en la aplicación del modelo de Armstrong-Prescott para la estimación de la radiación solar media en la ciudad de Guatemala, a partir del cálculo de los valores de las variables que permiten determinar el coeficiente de transparencia  $\frac{H}{H_0}$  y la fracción solar  $\frac{\bar{n}}{N}$ . El propósito de la investigación es identificar el ajuste del modelo durante el periodo de 1995 a 2019 y compararlo con registros del año 1975.

Los resultados muestran que el modelo de Armstrong-Prescott permite obtener una buena estimación de la radiación solar media, con base en valores del error cuadrático medio cercanos a cero.

Los valores de los parámetros del modelo se constituyen en referentes para estudios posteriores en la ciudad de Guatemala o bien, para su comparación con resultados de la aplicación del modelo en otras regiones del país.

## PALABRAS CLAVE

Modelo de Armstrong-Prescott, radiación solar global media, coeficiente de transparencia, insolación.

## ABSTRACT

*The study presented is based on the application of the Armstrong-Prescott's model for the estimation of Guatemala City's average solar radiation, from estimation of the values of the variables that allow determining the  $\frac{H}{H_0}$  transparency coefficient and de solar fraction  $\frac{\bar{n}}{N}$ . The purpose of the research is to identify the fit of the model during the period from 1995 to 2019 and compare them with records from 1975.*

*The results show that the Armstrong-Prescott's model provides a good approximation of the mean solar radiation, which is established from Mean Square Error values close to zero.*

*The values of the model parameters become references for future studies in Guatemala City or, for their comparison with results from other regions of the country when the model is applied.*

## KEYWORDS

*Armstrong-Prescott model, Mean Global Solar Radiation, Transparency Coefficient, insolation.*

## INTRODUCCIÓN

La investigación se basa en la aplicación del modelo de Armstrong-Prescott (A-P) para estimar el comportamiento de la radiación solar global incidente a nivel de superficie en la ciudad de Guatemala. Se analizan registros de radiación solar media mensual e insolación, durante el período comprendido de 1995 a 2019, procedentes de la estación INSIVUMEH del Instituto Nacional de Sismología, Vulcanología, Meteorología e Hidrología, ubicada en latitud  $14^{\circ} 35' 11''$ , longitud  $90^{\circ} 31' 58''$ , altitud 1502 msnm.

Como antecedente investigativo de importancia local se ubica a Bracamonte (1987), que reporta la elaboración de un mapa solar para Guatemala con base en los resultados de la aplicación del modelo de Armstrong-Prescott, durante el periodo de 1970 a 1983.

La aplicación del modelo de Armstrong-Prescott y sus variantes sigue vigente en estudios recientes para estimar la radiación solar en distintas regiones del mundo con base en registros meteorológicos (De Sousa et al, 2016; Liu, Tan y Pan 2019; Martim, Nogueira, Guia y Curado, 2020;). Otras investigaciones aplican modelos como el de Armstrong-Prescott, Bristow-Campbell y Hargreaves-Samani, para estimar la radiación solar con fines diversos como el estudio del rendimiento de cultivos (De la Casa, Ovando y Rodríguez, 2003), implementación de sistemas fotovoltaicos (Grajales Henao, 2018) y búsqueda de fuentes de energías renovables (Sierra, Quintero y Navarro, 2020).

Por tratarse de un modelo lineal, es importante actualizar los parámetros que involucra, por lo que es necesario calcular el coeficiente de transparencia  $\frac{\bar{H}}{\bar{H}_o}$  y la fracción solar  $\frac{\bar{n}}{\bar{N}}$ .

## MODELO DE ARMSTRONG-PRESCOTT

De acuerdo con Iqbal (1985), el modelo de Armstrong-Prescott se define como

$$\frac{\bar{H}}{\bar{H}_o} = a + b \frac{\bar{n}}{\bar{N}} \quad (1)$$

donde:

$\frac{\bar{H}}{\bar{H}_o}$  :coeficiente de transparencia

$\frac{\bar{n}}{\bar{N}}$  :fracción solar

$a$  :intercepto en el origen

$b$  :pendiente

$\bar{H}$  :radiación solar global media mensual

$\bar{H}_o$  :radiación solar extraterrestre media mensual

Para el cálculo de la radiación solar extraterrestre diaria se utiliza la expresión:

$$H_0 = \frac{24}{\pi} I_{sc} E_0 \left[ \left( \frac{\pi}{180} \right) \omega_s (\sin \delta \sin \phi) + (\cos \delta \cos \phi \cos \omega_s) \right] \quad (2)$$

donde:

$I_{sc}$ : constante solar;  $1.96 \text{ cal cm}^{-2} \text{ min}^{-1}$

$E_0$ : excentricidad de la tierra, calculada con la ecuación de Duffie y Beckman (1980):

$$E_0 = 1 + 0.033 \cos \left( \frac{360 d_n}{365} \right) \quad (3)$$

$d_n$ : día del año juliano

$\omega_s$ : ángulo horario al amanecer, dado por:

$$\omega_s = \cos^{-1}(-\tan \delta * \tan \phi) \quad (4)$$

$\delta$ : declinación solar en grados, de acuerdo con Cooper (1969)

$$\delta = 23.45 * \sin \left[ \frac{360}{365} (d_n + 284) \right] \quad (5)$$

$\phi$ : latitud del lugar;  $14^{\circ} 35'$

La longitud del día extraterrestre se determina utilizando la expresión:

$$N = \frac{2}{15} \cos^{-1}(-\tan \delta * \tan \phi) \quad (6)$$

donde:

$\delta$ : declinación solar en grados

$\phi$ : latitud del lugar;  $14^{\circ} 35'$

## RESULTADOS OBTENIDOS

El proceso de aplicación del modelo de Armstrong-Prescott se inicia con el cálculo de las variables que se requieren, tales como: promedios mensuales de la excentricidad de la tierra  $\bar{E}_o$  (en grados), decli-

nación solar  $\delta$  (en grados), longitud del día  $\bar{N}$  (en horas), radiación extraterrestre  $\bar{H}_o$  (en  $\text{calcm}^{-2}\text{día}^{-1}$ ), radiación solar registrada,  $\bar{H}$  (en  $\text{calcm}^{-2}\text{día}^{-1}$ ), y la insolación registrada  $\bar{n}$  (en horas), correspondiente a la latitud de la ciudad de Guatemala.

Tabla 1.

Distribución de promedios mensuales de la excentricidad de la tierra  $\bar{E}_o$  (en grados), declinación solar  $\delta$  (en grados), longitud del día,  $\bar{N}$  (en horas), radiación extraterrestre  $\bar{H}_o$  (en  $\text{calcm}^{-2}\text{día}^{-1}$ ) calculados, radiación solar  $\bar{H}$  (en  $\text{calcm}^{-2}\text{día}^{-1}$ ) e insolación media  $\bar{n}$  (en horas) registrados, ciudad de Guatemala, 1995 a 2019.

Mes	Excentricidad ( $\bar{E}_o$ )	Declinación solar ( $\delta$ )	Longitud del día ( $\bar{N}$ )	Radiación extraterrestre ( $\bar{H}_o$ )	Radiación registrada ( $\bar{H}$ )	Insolación registrada $\bar{n}$
Enero	1.0314	-20.8472	11.2412	13.3255	0.3532	7.8998
Febrero	1.0232	-13.3253	11.5278	13.9907	0.4144	8.1291
Marzo	1.0090	-2.3892	11.9167	14.4335	0.4292	7.7199
Abril	0.9921	9.4932	12.3335	14.2985	0.4238	8.0211
Mayo	0.9773	18.8058	12.6788	13.7818	0.3748	6.0296
Junio	0.9686	23.0771	12.8486	13.4318	0.3640	5.1123
Julio	0.9684	21.1015	12.7689	13.6094	0.3639	6.2215
Agosto	0.9769	13.2960	12.4713	14.1546	0.3733	6.2010
Septiembre	0.9915	1.9936	12.0694	14.4441	0.3488	5.1111
Octubre	1.0085	-9.8485	11.6537	14.1644	0.3571	5.4933
Noviembre	1.0231	-19.0505	11.3118	13.5254	0.3692	7.0448
Diciembre	1.0315	-23.0956	11.1506	13.1133	0.3608	6.6682

Fuente: elaboración propia

El proceso de modelación continúa con la determinación de los promedios mensuales observados para la fracción solar  $\frac{\bar{n}}{\bar{N}}$ , el coeficiente de transparencia  $\frac{\bar{H}}{\bar{H}_o}$  observado y estimado por el modelo de Armstrong-Prescott y la distribución del error de estimación.

El cuadrado medio del error (RMSE) se considera un buen estimador del ajuste de un modelo a una distribución de datos, en la medida que las dife-

rencias entre los valores observados y los estimados sean cercanas a cero. (Gujarati, 1993).

La expresión que se aplica para calcularlo es:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{\text{observado}} - y_{\text{estimado}})^2} \quad (7)$$

Los resultados calculados para el coeficiente de transparencia y la fracción solar se presentan en la tabla 2.

Tabla 2.

Promedio mensual observado y estimado para el coeficiente de transparencia  $\frac{\bar{H}}{\bar{H}_o}$  y la fracción solar  $\frac{\bar{n}}{\bar{N}}$  ciudad de Guatemala, 1995 a 2019.

Mes	Fracción solar $\frac{\bar{n}}{\bar{N}}$ observado	$\frac{\bar{H}}{\bar{H}_o}$ observado	$\frac{\bar{H}}{\bar{H}_o}$ estimado.	Error de estimación	Error <sup>2</sup>
Enero	0.7028	0.7028	0.0287	-0.0020	0.00000408
Febrero	0.7052	0.7052	0.0290	0.0007	0.00000056
Marzo	0.6478	0.6478	0.0285	0.0012	0.00000153
Abril	0.6503	0.6503	0.0290	0.0006	0.00000031
Mayo	0.4756	0.4756	0.0267	0.0004	0.00000016
Junio	0.3979	0.3979	0.0261	0.0010	0.00000110
Julio	0.4872	0.4872	0.0265	0.0004	0.00000013
Agosto	0.4972	0.4972	0.0265	0.0001	0.00000001
Septiembre	0.4235	0.4235	0.0256	-0.0015	0.00000212
Octubre	0.4714	0.4714	0.0262	-0.0011	0.00000127
Noviembre	0.6228	0.6228	0.0278	-0.0006	0.00000039
Diciembre	0.5980	0.5980	0.0280	-0.0004	0.00000018
				Suma=	0.00000099
				RSME	0.000993

Fuente: elaboración propia

En la figura 1 se muestra la comparación gráfica entre los valores observados y los calculados con el modelo de Armstrong-Prescott para el coeficiente de transparencia.

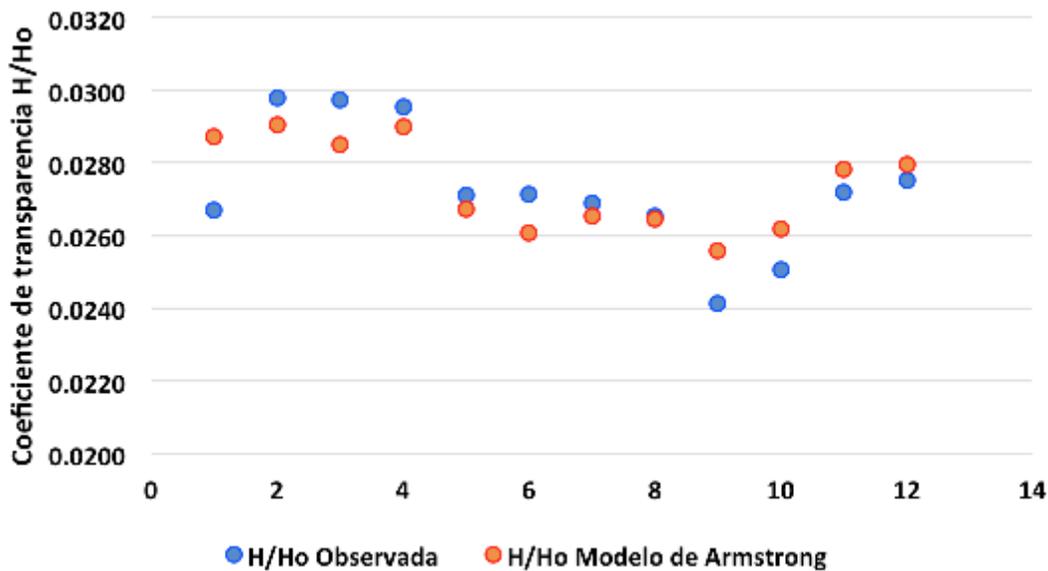


Figura 1. Comparación entre los valores promedio mensuales observados y los calculados con el modelo de Armstrong-Prescott para el coeficiente de transparencia.

La tabla 3 contiene los coeficientes a y b promedio calculados para cada año de estudio.

Tabla 3.

Coeficientes a y b del modelo de A-P

Año	Coeficientes	
	a	b
1995	0.0335	-0.0179
1996	0.0296	0.0026
1997	0.0186	0.0169
1998	0.0224	0.0026
1999	0.0183	0.0094
2000	0.0200	0.0072
2001	0.0318	-0.0116
2002	0.0184	0.0113
2003	0.0155	0.0184
2004	0.0316	0.0087
2005	0.0227	0.0224
2006	0.0226	0.0232
2007	0.0241	0.0188
2008	0.0267	0.0158
2009	0.0209	0.0161
2010	0.0218	0.0129
2011	0.0587	-0.0343
2012	0.0145	0.0184
2013	0.0132	0.0211
2014	0.0147	0.0139
2015	0.0112	0.0208
2016	0.0212	0.0018
2017	0.0095	0.0254
2018	0.0079	0.0249
2019	0.0314	-0.0095

Fuente: elaboración propia

Los valores calculados para los parámetros del modelo de Armstrong-Prescott permiten estimar la radiación solar y compararla con los valores registrados. La radiación solar media mensual se estima de la siguiente forma:

$$\bar{H} = \bar{H}_o \left( a + b \frac{\bar{n}}{\bar{N}} \right) \quad (8)$$

Tabla 4.

Comparación de la radiación solar promedio mensual registrada y estimada por el modelo A-P

Mes	Radiación promedio mensual $\bar{H}$ estimada	Radiación promedio mensual $\bar{H}$ registrada	Error <sup>2</sup>
Enero	0.3870	0.3532	0.00114
Febrero	0.4058	0.4144	0.00007
Marzo	0.4108	0.4292	0.00034
Abril	0.4112	0.4238	0.00016
Mayo	0.3676	0.3748	0.00005
Junio	0.3492	0.3640	0.00022
Julio	0.3738	0.3639	0.00010
Agosto	0.3883	0.3733	0.00023
Septiembre	0.3787	0.3488	0.00090
Octubre	0.3826	0.3571	0.00065
Noviembre	0.3809	0.3692	0.00014
Diciembre	0.3709	0.3608	0.00010
		MRSE	0.018

Fuente: elaboración propia

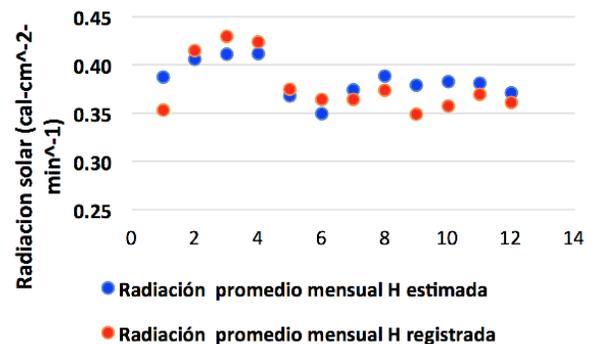


Figura 2. Radiación promedio mensual registrada y estimada durante el periodo de 1995 a 2019.

Los valores estimados para el periodo de estudio se comparan con valores promedio calculados para el año 1975 con datos de la misma estación; los resultados se presentan en la tabla 5.

Tabla 5.  
Comparación entre la radiación promedio mensual estimada con el Modelo A-P y la registrada en el año 1975.

Mes	Radiación promedio mensual H estimada modelo A-P	Radiación promedio mensual H registrada 1975	Error de estimación	Error <sup>2</sup>
Enero	0.3870	0.3870	-0.0341	0.00116
Febrero	0.4058	0.4058	-0.0215	0.00046
Marzo	0.4108	0.4108	-0.0189	0.00036
Abril	0.4112	0.4112	0.0018	0.00000
Mayo	0.3676	0.3676	0.0066	0.00004
Junio	0.3492	0.3492	-0.0072	0.00005
Julio	0.3738	0.3738	0.0965	0.00931
Agosto	0.3883	0.3883	-0.0719	0.00517
Septiembre	0.3787	0.3787	-0.0457	0.00209
Octubre	0.3826	0.3826	-0.0317	0.00100
Noviembre	0.3809	0.3809	-0.0056	0.00003
Diciembre	0.3709	0.3709	-0.0074	0.00005
			CME=	0.00164
			RMSE=	0.04055

Fuente: elaboración propia

## DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Los valores presentados en la tabla 1, correspondientes a la radiación solar y a la insolación registradas, son adecuados debido a que, por su latitud, la ciudad capital de Guatemala se encuentra dentro del llamado cinturón solar ( $\pm 15^\circ$ ), lo cual permite desarrollar proyectos para el aprovechamiento de la energía solar ya sea en aplicaciones térmicas, iluminación natural o para la producción de energía eléctrica a pequeña y mediana escala. De acuerdo con lo que indica el Ministerio de Energía y Minas (2018), en Guatemala se cuenta con incentivos para el desarrollo de proyectos de energía solar, según la normativa que favorece el desarrollo de pequeños proyectos de energía renovable.

Los valores calculados para las variables radiación extraterrestre, declinación solar, ángulo horario del alba y longitud del día, permiten un adecuado cálculo del coeficiente de transparencia promedio mensual durante el periodo de 1995 a 2019; por lo que el modelo aplicado tiene un alto nivel de certidumbre.

Los resultados de la estimación de la radiación solar media mensual en la ciudad de Guatemala muestran que el error cuadrático medio es un buen indicador de la bondad del ajuste del modelo A-P a los datos registrados durante el periodo de estudio y en el año 1975, coincidiendo con lo reportado por De La Casa, Ovando y Rodríguez. (2003) que lo incluyen entre las medidas utilizadas.

Los valores de los parámetros del modelo pueden servir de referencia para su comparación en estudios posteriores en la ciudad de Guatemala, o bien, en otras regiones del país.

## CONCLUSIONES

1. Las variables utilizadas en el modelo de Armstrong-Prescott: radiación extraterrestre, declinación solar, ángulo horario del alba y longitud del día, muestran resultados con un bajo error cuadrático medio para el estimar el coeficiente de transparencia y la fracción solar en la ciudad de Guatemala.

2. El modelo de Armstrong-Prescott permite estimar la radiación solar mensual media en la Ciudad de Guatemala, con un alto nivel de certidumbre ya que el valor del error cuadrático medio es cercano a cero.

## RECOMENDACIONES

1. Aplicar el modelo de Armstrong-Prescott y otros modelos, para la estimación de la radiación solar media en diferentes regiones del país que cuenten con registros de radiación media y de insolación, con la finalidad de establecer las constantes del modelo para cada localidad.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bracamonte Orozco, E. (1987). Mapa solar guatemalteco. *Tecnología solar y eólica*, 4(3), p. 381-388. [https://doi.org/10.1016/0741983X\(87\)90068-3](https://doi.org/10.1016/0741983X(87)90068-3)
- De La Casa, A., Ovando, G. y Rodríguez, A. (2003) Estimación de la radiación solar global en la provincia de Córdoba, Argentina, y su empleo en un modelo de rendimiento potencial de papa. *RIA. Revista de Investigaciones Agropecuarias*. 32 (2): 45-61. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=86432204>
- De Souza, J. L. et al. (2016). Empirical models of daily and monthly global solar irradiation using sunshine duration for Alagoas State, Northeastern Brazil. *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, 14 p. 35-45. <http://dx.doi.org/10.1016/j.seta.2016.01.002>
- Duffie, J. A. & Beckman, W. A. (1980). *Solar Engineering Thermal Processes*. Wiley, New York.
- Grajales Henao, J. D. (2018). Modelo de estimación de radiación solar incidente sobre superficies horizontales e inclinadas en el CDITI para implementación de sistemas solares fotovoltaicos. *Revista Teinova*, 3, p. 57-62. Recuperado de: <http://revis-tas.sena.edu.co/index.php/CDITI/article/view/2361>
- Gujarati, D. N. (1993). *Econometría*. México: McGraw-Hill
- Iqbal, M. (1983). *An Introduction to Solar Radiation*. Academic Press: Canada.
- Liu, Y., Tan, Q., & Pan, T. (2019). Determining the parameters of the Ångström Prescott model for estimating solar radiation in different regions of China: Calibration and modeling. *Earth and Space Science*, 6, p. 1976-1986. <https://doi.org/10.1029/2019EA000635>
- Martim, C. C, Nogueira, J. S., Guia, L. E. B., & Curado, L. F. A. (2020). Estimate of global radiation by the Ångström-Prescott model for Tocantins. *Research, Society and Development*, 9(7): 1-13. <http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v9i7.4139>
- Ministerio de Energía y Minas República de Guatemala. (2018). *Energía solar en Guatemala*. Dirección General de Energía Guatemala. Recuperado de: <https://www.mem.gob.gt/wp-content/uploads/2018/07/Energ%C3%ADa-Solar-en-Guatemala.pdf>
- Sierra, N, Quintero, D. y Navarro, A. (2020). Estimación de la radiación solar en Bucaramanga, Santander, mediante el método de Anstrong-Prescott. [http://cici.unillanos.edu.co/media2020/memorias/CICI\\_2020\\_paper\\_76.pdf](http://cici.unillanos.edu.co/media2020/memorias/CICI_2020_paper_76.pdf)

## INFORMACIÓN DE LOS AUTORES

Ingeniero Industrial, Edwin Adalberto Bracamonte Orozco, Facultad de Ingeniería, Universidad de San Carlos de Guatemala, 1987.

Magister Scientiae en Investigación de Operaciones, Facultad de Ingeniería de Sistemas, Informática y Ciencias de la Computación, Universidad Francisco Marroquín, 1997.

Afiliación Laboral: Facultad de Ingeniería USAC, Unidad de Modelación Matemática e Investiga-

ción, Unidad de Análisis de Datos, Escuela de Estudios de Postgrado.

Licenciada en Matemática Aplicada, Mayra Virginia Castillo Montes, Facultad de Ingeniería, Universidad de San Carlos de Guatemala, 1995.

Doctora en Educación con especialidad en Mediación Pedagógica, Universidad de La Salle, Costa Rica, 2009.

Afiliación laboral: Facultad de Ingeniería USAC, Unidad de Modelación Matemática e Investigación, Escuela de Estudios de Postgrado.